Apunte Nº 115

ALGEBRA CBC 2º PARCIAL 2º CUATR. 2001

① Sean $S=\{X \in \mathbb{R}^4 / 2x_1 - x_3 + x_4 = 0 ;\ x_1 - x_2 = 0\}$
$T = \{X \in \mathbb{R}^4 / 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 ;\ x_3 + x_4 = 0\}$
Definir, si es posible, una t.l. $f: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ que satisfaga simultáneamente
$Nu(f) \neq \{0\}$; $(S+T) \cap Nu(f) = \{0\}$ y $Nu f \subset f(S+T)$

② Sean $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $B' = \{2v_1 + v_3, v_1, v_1 - v_2\}$ bases de un espacio vectorial $\mathbb{V}$.
Sea $f: \mathbb{V} \to \mathbb{V}$ la t.l. tal que $M_{B'B}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & b \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$
Encontrar los valores de a y b para los cuales f no es isomorfismo y $2v_1 - av_2 + v_3 \in Im(f)$.
Para los valores de a y b hallados, calcular $f^{-1}(2v_1 - av_2 + v_3) =$
$= \{v \in \mathbb{V} / f(v) = 2v_1 - av_2 + v_3\}$.

③ Encontrar un polinomio $P \in \mathbb{R}[X]$ de grado mínimo que tenga por raíces a las soluciones de la ecuación $(2\, Im(z) - i\, Re(z))^2 = -5 + 12i$

④ Sea $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la t.l. tal que $(1,0,-1)$; $(2,1,1)$ y $(0,0,1)$ son autovectores de f asociados, respectivamente, a los autovalores $-1, 2$ y 3.
Calcula $f(0,1,0)$.

① Definir una TL $f: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ que verifique simultáneamente.
(i) $Nu(f) + Im(f) = \{X \in \mathbb{R}^4 / x_1 - 2x_3 = 0\}$
(ii) $\dim Im(f) = \dim Nu(f)$
(iii) $f(-4,-4,7,3) = -3 f(2,2,-2,-1) = 2 f(-1,-2,4,0)$

② Sean $B = \{(2,0,-1) ; (1,1,2) ; (1,0,1)\}$ y $B' = \{(1,1,-1) ; w + (1,-1,0) ; (1,0,0)\}$
y sea f: 1