

Apunte N° 10

EXAMENES DE ESTADISTICA II

1. En una tienda la demanda diaria es una variable aleatoria con media 5.000 y varianza de 5.000.000 unidades² con distribución desconocida.
 - a) ¿Qué stock deberá tener para satisfacer la demanda trimestral con 90% de seguridad? (477195,30)
 - b) El costo del producto es de 300 \$/u más de una parte fija de \$500 diarios. Calcular la probabilidad de que el costo total en un año (250 días) supere los \$392.600.000. (0,05)
2. Se desea establecer un sistema de muestreo periódico para controlar la resistencia a la rotura de Dural, de modo que se cumplan las siguientes condiciones. Si la resistencia media es de 38 Kg/mm² detener el proceso con probabilidad 0.1. Si dicho parámetro vale 37 Kg/mm², detener el proceso productivo con probabilidad 0.95. Se sabe que esta variable tiene un desvío estándar de 1.3 Kg/mm².
 - a. Indicar la hipótesis nula apropiada, su condición de rechazo, el tamaño de la muestra y la regla de decisión. (n=15; Xc=37,56)
 - b. Calcular la probabilidad de detectar que la resistencia media vale 37.5 Kg/mm². (0,5714)
 - c. Dibujar la curva de potencia del ensayo, indicando claramente las variables que llevan en los ejes y los valores numéricos de abscisas y ordenadas de dos puntos al menos.
3. El gerente de control de calidad de una fábrica de lamparitas para iluminación de automóviles necesita estimar la vida promedio de su producción. El sabe que la varianza del proceso es de 100 hs. Una muestra aleatoria de 50 lamparitas mostró una vida promedio de 50 hs.
 - a. Estimar con un intervalo de confianza del 95% la vida media de lamparitas producidas. (47,23; 52,77)
 - b. Se quiere estimar la vida promedio en una escala de ± 2 hs. Con una confianza del 90%. ¿Qué tamaño de muestra se necesita? (68)
4. En la provincia de Buenos Aires, la cosecha por hectárea de maíz fue de 100 tn. Para un año dado en el que el clima fue particularmente bueno, se seleccionaron 12 parcelas en forma aleatoria y estas arrojaron un promedio de 106 toneladas por hectárea, para la misma variedad de maíz. Si la producción por hectárea sigue distribución normal con desvío 8 tn.
 - a. ¿Existe alguna razón para creer que este año la producción será mejor que la producción promedio normal? Se acepta un riesgo del 1% de considerar que la producción será mejor cuando en realidad no se modificó la normal. (Xc=105,37; Si)
 - b. ¿Cuántas parcelas deberán seleccionarse para tener una seguridad del 99% de decir que la producción de maíz será de 110tn por hora? (15)
 - c. Para el nuevo tamaño de muestra dibujar las curvas de Característica Operativa y de Potencia. (Xc=104,80)
5. Un fabricante envasa su producto en bolsas de 1 Kg, lo que es correcto cuando el equipo se encuentra bajo control. Periódicamente, se toma una muestra de 20 piezas, la media muestral fue de 1,09 Kg. y el desvío estándar de 0,15 Kg.
 - a. ¿Se puede afirmar que la muestra ha sido concluyente para afirmar que el equipo está fuera de especificación con un nivel de riesgo del 5%? (Xc1=0,93; Xc2=1,07; Si es concluyente)
 - b. Estimar con un 90% de seguridad el desvío estándar del equipo (0,1191; 0,2055)
6. La división inspección del Departamento pesos y medidas de la provincia de Buenos Aires está interesada en detectar si la cantidad real de refresco que se envasa en botellas de 2 litros es correcta. La planta embotelladora ha informado al departamento que la desviación estándar por botella es de 0.05 litros. Una muestra aleatoria de 100 botellas mostró un promedio de 1.98 litros.
 - a. ¿Debe el inspector dudar de la cantidad declarada en la botella?. Riesgo del 5%. (Xc=1,992; Si)

- b. ¿Cuántas botellas se deberán seleccionar para que la probabilidad de clausurar sea 99% en el caso que el promedio sea 1,96? (25)
- c. Dibujar las curvas de **C.O.** y **P** para el nuevo tamaño de muestra declarado. ($X_c=1,9835$)
7. Supóngase que el número de barriles de petróleo que produce un pozo diariamente es una variable aleatoria con distribución no especificada. Si se observa la producción en 64 días seleccionados en forma aleatoria y se sabe que la desviación estándar es de 16.
- a. Determinar la probabilidad de que el número promedio de producción de barriles de petróleo se encuentre a no más de 4 barriles (tomado como error muestral admisible) del promedio de producción muestral tomado en dichos días. ($1-\alpha=0,9545$)
- b. Para el mismo nivel de confianza ¿Cuántos días se deberán seleccionar para reducir el error a la cuarta parte? (1024)
8. El gerente del departamento de crédito de una empresa petrolera quisiera determinar si el saldo mensual promedio de tarjetas de créditos de \$750. El auditor selecciona una muestra al azar de 100 cuentas y determina que la deuda promedio es de \$834 con un desvío de \$93,05. Asumiendo un riesgo del 5%.
- a. ¿Debe concluir el auditor que el saldo promedio es superior al indicado? ($X_c=765,45$; Si)
- b. Estimar con un intervalo de confianza del 95% el desvío estándar del saldo mensual promedio. (81,7; 105,9)
9. Los resultados de una prueba de aptitud para la admisión en estudios de post-grado en Administración de empresas tienen distribución normal con desvío estándar conocido (100 puntos). Se considera aceptable un grupo de estudiantes cuyo puntaje sea igual o superior a 500 puntos. Si una muestra aleatoria de 12 alumnos de UADE trae una media de 537 puntos y se establece como admisible cometer un error de 5% de aceptar estudiantes que no superen el puntaje medio:
- a. ¿Aceptaría usted a los estudiantes de la UADE? ($X_c=547,5$; No es concluyente)
- b. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra si se desea que el error de no aceptar estudiantes cuyo puntaje medio fuera 550 puntos sea del 1%? (64)
- c. Graficar las curvas de Característica Operativa y de Potencia para el nuevo tamaño de muestra. ($X_c=520,56$)
10. En la producción de cierto material para soldar se sabe que la desviación estándar de la tensión a la rotura de ese material es de 25 libras. Si una muestra de 50 unidades arrojó un peso promedio de 250 libras:
- a. ¿Entre que valores se encontrará el promedio de la tensión de rotura a un riesgo del 5%? (243,07; 256,92)
- b. ¿Cuántas unidades se deberán probar para reducir a la mitad el error muestral? (201)
11. En una curtiembre, el consumo de uno de los productos químicos principales es una variable aleatoria con media de 580 lts y desvío de 72 lts. El jefe de producción ha propuesto una modificación en una de las etapas de proceso que implicaría mayores costos. Pero que se justificaría si se logra una disminución del 10% en el consumo medio. Si así ocurriera, se desea un 90% de probabilidad de implementarla, pero si no se obtuviera resultado alguno, el riesgo se establece en un 5%. Indique la condición de rechazo y regla de decisión correspondiente. (Si $X < X_c=548,34$ se modifica el proceso. $n=14$)
12. El control de recepción de las partidas de hilado que llegan a una tejeduría se efectúa a través de una muestra de 10 ovillos midiéndose en cada uno la resistencia de hilado, cuyo valor medio para toda la partida debe ser de 20 kg por lo menos. El proveedor acepta un riesgo máximo del 5% de recibir de vuelta una partida buena y el comprador, a su vez, desea rechazar el 99% de las partidas malas. Se sabe que la resistencia a la rotura de este hilado es una variable normal con desvío 2.5kg.
- a. ¿Cuál es la resistencia media muestral mínima para aceptar la partida? (18,7)

- b. Suponga que una muestra resiste en promedio 18.5kg. ¿Qué decisión tomaría usted? (Rechazar la partida)
- c. Representar gráficamente la función que describe las probabilidades de detectar una partida mala (indicando claramente las variables que llevan en los ejes y hallando por lo menos cuatro valores de dicha función).
13. Para una pieza de bronce que se recibe en grandes partidas, el comprador ha estandarizado su control de recepción tomando una muestra de 100 unidades de cada partida, rechazando la misma si encuentra c o más defectuosas. El valor de c se establece de modo tal de rechazar con probabilidad máxima de 0,01 a una partida buena, que es aquella cuyo porcentaje de defectuoso no supera el 5%. Además, tiene 90% o más de probabilidad de rechazar una partida mala.
- a. ¿Cuánto vale c y cuál es, para el comprador, el porcentaje de defectuoso poblacional de la partida definida como mala? ($c=11$; 0,1461)
- b. ¿Cuál es la probabilidad de aceptar una partida con 10% de defectuoso? Dibuje la curva operativa del ensayo, marcando claramente los valores numéricos de abscisa y ordenada de tres puntos. (0,51)
15. En el control de recepción de una pieza “berreta” se toma una muestra de cada partida. El porcentaje de defectuosos de cada partida considerado admisible es del 20% y la probabilidad máxima de rechazar una partida que cumple con este porcentaje se establece en 3%. Además si el % de defectuosas es del 30% la probabilidad de rechazo de la partida está estipulada en 99%
- a. Indicar la hipótesis nula apropiada para esta situación especificando por qué la plantea de este modo, su condición de rechazo, el tamaño de la muestra y la regla de decisión. ($n=331$; $P_c=0,2413$)
- b. Calcular la probabilidad de aceptar una partida con un 25% de defectuosas y dibujar la curva que describe las probabilidades de tomar la decisión incorrecta en función del parámetro de ensayo marcando claramente el valor numérico de abscisa y ordenada de tres puntos de la misma. ($\beta=0,35$)
16. En la producción de ciertos artículos de látex se producen defectuosos (pinchados, baja resistencia, etc.) que son causa de inconvenientes desagradables y a veces peligrosos. Actualmente el porcentaje defectuoso considerado normal es de 12%. A efectos de controlar este porcentaje, se desea establecer un sistema de control periódico que en condiciones normales detenga el proceso con probabilidad 5%. Si se eleva hasta el 20% se desea detener el proceso con probabilidad 0,99.
- a. Indicar hipótesis nula apropiada, el tamaño de la muestra a tomar y la regla de decisión. ($n=336$; $P_c=0,1377$)
- b. Calcular la probabilidad de detener el proceso cuando el porcentaje de defectuoso llega al 15% y dibujar la curva de potencia marcando las variables que se llevan en los ejes y los valores numéricos de abscisa y ordenada de dos puntos al menos. ($1-\beta=0,74$)
- c. Si para el tamaño de muestra calculado en a) se encontraron 50 unidades defectuosas, indique la decisión a tomar, calcule un intervalo de confianza del 90% para el porcentaje de defectuoso y recalculé el tamaño de muestra para reducir en un 40% la amplitud de dicho intervalo. (0,12; 0,18; $n=934$)
17. Un fabricante de lápices desea controlar su producción y si hay un 10% o mas de unidades defectuosas desea detener y revisarlo. Se establece en un 90% la seguridad máxima de no detener el proceso si está funcionando bien y en un 5% el riesgo de no detenerlo cuando el % de defectuosas es del 15%.
- a. Plantear la regla de decisión adecuada. ($P_c=0,1197$; Si $p \geq P_c$ se detiene el proceso)
- b. ¿Cuál es la probabilidad de detener el proceso cuando el porcentaje de defectuosas es del 18%? (0,9988)

18. fabricante de televisores he afirmado que en el pasado solo el 10% de sus aparatos necesita alguna reparación durante los primeros dos primeros años de funcionamiento. Para comprobar la validez de esta afirmación, una agencia de pruebas del gobierno selecciona una muestra de 100 aparatos y encuentra que 14 de ellos requirieron alguna reparación durante los dos primeros años.
- Asumiendo un riesgo del 5%, ¿es válida la afirmación del fabricante? ($P_c=0,1493$; Si)
 - ¿Cuál es la probabilidad de aceptar la afirmación, cuando el porcentaje de aparatos que requirieren alguna reparación es del 16%? (0,39)

19. Considere los siguientes datos de ventas mensuales en relación con variable precio relativo.

X	Y
0.373	247
0.366	138.7
0.7	24.4
0.71	41.3
0.726	58.5
0.786	64.5
0.424	191.3
0.777	84.8
0.771	93.1
0.696	79
0.813	66.3
0.785	87.5

- Investigue la asociación lineal entre la variables mediante los dos procedimiento básicos. ($r = -0,2919$; $t = -0,96$)
 - Establezca un intervalo de predicción del 95% para la venta correspondiente a un mes en que la rotación de precios fue de 0,55. (-48; 253)
20. En una gran carpintería se registraron los costos (hora-hombre) en función de la superficie de las piezas en m²:

(x) Superficie:	0.45	1.4	2.6	0.7	1.3
(y) Costo:	1.82	2.58	3.21	2.03	2.36

- Investigue la asociación lineal entre las variables mediante los dos procedimientos básicos. ($r = 0,9927$; $t = 14,3$)
 - Suponiendo que fuera válido el modelo lineal ¿Entre qué valores se encontrará el costo correspondiente a una pieza de 1,2 m² con 80% de probabilidad? (2,21; 2,47)
21. Se considera que las precipitaciones pluviales (medidas en cm de agua) del mes de septiembre en una región agrícola, están asociadas linealmente con la producción de trigo de esa región en el mes de septiembre. Para los últimos años se han obtenidos los siguientes datos procesados:

$$\Sigma x = 75 \quad \Sigma x^2 = 700 \quad \Sigma y = 26 \quad \Sigma xy = 240 \quad \Sigma y^2 = 100 \quad n = 10$$

- ¿Puede afirmarse que existe tal asociación? (Sí. $t = 2,58$)
- Estime con un 90% de confianza la producción de trigo de un año cualquiera si se supone que el mes de septiembre de ese año va a llover 9,2 cm de agua. (0,23; 6,08)

22. En una empresa se desean determinar las relaciones entre los gastos de publicidad y las ventas de un producto. Para ello se registraron los siguientes datos:

Gastos (millones \$)	1	2.5	3	4.2	5
Ventas (unidades)	5000	6500	6800	7300	8000

- a. ¿Existe alguna relación lineal entre las variables? (Sí. $t = 9,55$)
b. ¿Qué diría sobre la aseveración del jefe comercial de que por cada millón que se gasta en publicidad, el incremento de las ventas supera 600 unidades? (No puede asegurarse que sea así. $t = 1,47$)
23. En una fábrica de automóviles se desea utilizar la hipótesis de que las ventas (en unidades) están explicadas linealmente con los gastos de publicidad del mes anterior (en miles de \$):

Ventas:	5,298	8,100	4,506	4,816	9,768	6,480
Publicidad:	24	32	14	23	45	28

- a. Investigar la relación lineal entre las dos variables. (Existe relación lineal. $t = 6,49$)
b. Estimar mediante un intervalo de confianza del 80% las ventas del mes entrante si se gastan \$28.000 (5413; 7703)
24. Una empresa desea conocer la influencia de las horas de mantenimiento preventivo sobre el rendimiento de un equipo determinado. Para ello se consideran los siguientes resultados obtenidos en una serie de períodos elegidos al azar:

Horas:	1000	1200	2000	2500	3000	4000
Rendimiento:	0.65	0.68	0.75	0.78	0.81	0.93

- a. ¿Existe alguna relación lineal entre las variables? (Sí. $t = 16,45$)
b. Al equipo se lo va a parar para realizarle 4500 horas de mantenimiento preventivo, estime con un 90% de confianza cual será el rendimiento del equipo. (0,9213; 1)
25. ¿Qué es la multicolinealidad? Explique claramente cómo se detecta, qué consecuencias trae, cómo puede solucionarse o evitarse y en qué casos no hay más remedio que “bancársela”
26. Dada una variable aleatoria x . Suponga que se toman muestras de n observaciones y se calcula, para cada una la media muestral. Indicar cual es la distribución de la media muestral para el caso en que x no es normal. Indicar cuales son los parámetros de la distribución de la media muestral en cada uno de los dos casos.
- 27.

- a. Obtenga la expresión del R^2 a partir de la suma de cuadrados de las desviaciones de la variable y explique cuales valores y por qué son indicativos de un buen ajuste. ¿Que propiedad indeseable tiene el R^2 y por qué es indeseable?
- b. Dada la hipótesis nula:

$$H_0) \mu \geq \mu_0$$

Indique su condición de rechazo, explique el cálculo de la potencia del ensayo, graficando sobre la función de densidad de la media muestral y dibuje la curva de potencia.

28. Explique las pruebas de significación del coeficiente de regresión. Como se realizan y con qué finalidad.
29. En una empresa que produce y comercializa bebidas gaseosas se desea construir un modelo para pronosticar las venta de gaseosas. Se tienen datos de un importante grupo de variables exógenas que, a priori se supone, podrían explicar el comportamiento variable de las ventas. El modelo de regresión incluye la totalidad de dichas variables es la siguiente:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \varepsilon$$

En donde:

Y = Ventas mensuales de la bebida en miles de pesos.

X1 = Precio unitario en pesos.

X2 = Inversión publicitaria en miles de pesos del mes anterior.

- a. Explique con rigor y claridad el significado de cada uno de los parámetros del modelo y del término "ε".
- b. ¿Qué indicador se utiliza para calificar el modelo? ¿Qué valores indican que el modelo es apto para un pronóstico? Explique por qué no se puede utilizar para comparar modelos.
- c. Defina con claridad el concepto de multicolinealidad. Explique que consecuencias provoca y como se detecta.
30. Deduzca analíticamente la expresión para calcular el tamaño de la muestra necesario para un intervalo de confianza para la probabilidad de éxito en un proceso de Bernulli. Exprese con claridad cuáles son los datos necesarios para el cálculo.
31. Explique con rigor y claridad que es le PRESS y como se lo utiliza para establecer modelos candidatos.