

## MODELOS Y OPTIMIZACIÓN II

### Primer Parcial (1A)

1. El volumen neto de botellas de agua mineral es una variable: aleatoria con distribución normal. Se sabe que 10 % de las botellas supera los 1005 cm<sup>3</sup> y que el 5% de las botellas esta por debajo de los 992 cm<sup>3</sup>
  - a) Calcular el contenido superado por el 1% de las botellas. (1009,62)
  - b) La probabilidad de encontrar 1 botella con contenido superiora 1010 cm<sup>3</sup>. (0,008)
2. Se sabe que la duración de cierto chip que se coloca en paralelo en un circuito integrado responde a la ley de Weibull cuya función de distribución derecha es:

$$G_w(x) = e^{-(x/5)^{4,5}}$$

con x expresado en miles de horas.

- a) Si de un lote, se extrajeron 2450 chips con duración superior a 3800 horas. ¿Cuántos chips habrá en el lote que duren menos de 3800 horas? (827)
- b) Si se eligen al azar 8 chips, para ser colocados en un circuito, cual es la probabilidad de que ese circuito dure menos de 3800hs (recordar que los elementos conectados en paralelo se rigen por la duración de mas duradero) (0,9023)
- c) Si se eligen 20 chips al azar, ¿cuál es la probabilidad de encontrar 2 o menos con duración mayor a 3800 hs? (0)

### Primer Parcial 28/10/99 (1B)

1. En una planta industrial se produce en promedio 1,4 paradas de máquina cada turno de 8 hs. Se desea calcular:
  - a) La probabilidad de que transcurran menos de 3 turnos (24 hs) para las próximas 5 paradas. (0,410)
  - b) Si se sabe que en un turno hubo paradas ¿cual es la probabilidad de que hayan sido 2 o mas? (0,5418)
2. La duración de una pieza se rige por la ley de Weibull, con

$$G_w(x) = e^{-(x/\theta)^b} \quad \text{con } \theta=300 \text{ y } b=4,1$$

Se tienen n = 10 unidades y, se desea calcular:

- a) La probabilidad de que la mas duradera dure mas de 380 hs. (0,5248)
- b) La duración garantizada para la menos duradera con 90% de probabilidad. (104,3)

- c) La duración mediana. (247,3)

**Primer Parcial 28/10/99 (1C)**

1. Los salarios de una empresa se rigen por PARETO, con  $G(x)=(\theta/x)^b$ , siendo  $\theta$  el salario mínimo que vale \$480. Se sabe además que el salario medio es de \$825. Calcular:
  - a) Si se eligen 10 empleados al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que 6 ó más ganen menos que la media? (0,8964)
  - b) Si en los 10 anteriores hubo 6 ó más con salarios superiores a la media, ¿Cuál es la probabilidad de que hayan sido exactamente 7? (0,167)
  - c) El porcentaje de empleados que gana menos que la media.(0,2738)
2. El proceso de fabricación de una tela genera en promedio 0.6 fallas cada 100 mts. Esta tela es enrollada en rollos de 50 mts. Se consideran rollos de 1° calidad a los que no tienen Fallas, de 2° calidad los que tienen exactamente 1 falla, y de Rechazo los restantes.
  - a) Determinar el porcentaje de rollos de cada calidad. (0,7408; 0,2222 ; 0,0369)
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que en 20 rollos haya más de 6 rollos de rechazo? (0)

**Primer Parcial (1D)**

1. La duración de un tipo de lámpara responde a la ley de Weibull con  $G(x) = e^{-(x/3)^4}$ , donde x se expresa en cientos de loras. Se desea calcular:
  - a) Si de un lote de lámparas se encontraron 425 con duraciones superiores a 200 hs. ¿Cuántas habrá con duraciones inferiores a 200 horas? (89)
  - b) Si se eligen al azar 15 lámparas ¿Qué probabilidad hay de encontrar mas de 2 con duraciones inferiores a 200 horas? (0,5203)
  - c) La duración mediana. (273)
2. Un repuesto es recibido de dos proveedores; A y B, ambos en cajas de 10 unidades. El A pone una defectuosa en cada caja y el B pone dos. En el depósito hay 30% de cajas de A y el resto de B.
  - a) Se eligió una caja al azar, se extrajeron dos piezas y una de ellas fue defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que la caja sea A? (0,1942)
  - b) Ídem , pero suponiendo que la extracción de piezas sea con reposición. (0,1942)

**Primer Parcial 08/10/98 (1E)**

1. Dos chimpancés, Tito y Lila, tienen una caja con bolillas. La de Tito tiene 3 blancas y 9 rojas y la de Lila 2 blancas y 4 rojas. Tito saca una bolilla de su caja

y la introduce en la de Lila, luego, Lila saca una bolilla de su caja y la introduce en la de Tito.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la caja no modifique su composición?  
(0,6426)
- Dado que las cajas no modificaron su composición, ¿cuál es la probabilidad de que Tito haya sacado una bolilla blanca de su caja? (0,1667)

- La duración de una pieza se rige por la ley de Weibull, con

$$G_w(x) = e^{-(x/\theta)^b} \quad \text{con } \theta=300 \text{ y } b=4,1$$

Se tienen  $n = 10$  unidades y, se desea calcular:

- La probabilidad de que la mas duradera dure mas de 380 hs. (0,5248)
- La duración garantizada para la menos duradera con 90% de probabilidad.  
(104,3)
- La duración mediana. (247,3)

### Primer Parcial (1F)

- La duración de un chip tiene distribución Weibull:  $G(x) = e^{-(x/10)^{4,1}}$  con  $x$  en 10.000 hs.
  - Si en un circuito se contiene 20 chips. ¿Cuál es la probabilidad de que el circuito dure mas de 80.000 hs.? (0,0003)
  - Si se eligen al azar 100 chips ¿Cuál es la probabilidad de encontrar menos de 20 con duración mayor a 90.000 hs.? (0)
- Las cuentas corrientes personales de una entidad de crédito tienen un saldo promedio de \$635 con un desvío estándar de \$1.200. En tanto que para las cuentas de sociedades, estos valores son de \$2.000 y \$3.000 respectivamente. El 65% de esta cuentas son personales.
  - ¿Qué porcentaje de las cuentas superan 1600? (0,1846)
  - Si se eligen 10 cuentas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que alguna tenga saldo superior a 1600? (0,8701)

### Primer Parcial (1G)

- En una fabrica de hilo de coser la elongación de rotura, expresada en porcentaje, de un tipo de hilo es variable con la siguiente función de distribución izquierda:

$$F(x) = e^{-e^{-\left(\frac{x-\theta}{\beta}\right)}} \quad \text{siendo } \theta = 12,4\% \text{ y } \beta = 1,5\%$$

- La elongación superada con 90% de probabilidad. (11,14%)

- b) La probabilidad de que en una muestra de 10 ensayos, en alguno se haya superado la elongación de 15%. (0,8291)
  - c) La probabilidad de que la elongación no supere el 15%. (0,838)
2. Los saldos de las cuentas corrientes de una sucursal del interior de un banco regional, son sumamente variables con un Coeficiente de Variación  $\sigma/\mu=0.875$ . Se afirma que el 70% de las cuentas corrientes superan los \$2540. Calcular:
- a) De los saldos superiores a \$3000. ¿Qué porcentaje supera la moda? (1)
  - b) Si se eligen al azar 80 cuentas corrientes. ¿Cuál es la probabilidad que más de 60 de ellas supere el saldo modal? (0,66)

## Primer Parcial (1H)

1. Se tienen lámparas que cumplen la distribución de Weibull de
- $$G_w(x) = e^{-(x/3)^{4,1}}$$
- donde la variable x se encuentra expresada en horas
- a) Se obtuvieron 425 lámparas con una duración superior a 200 hs. ¿Cuántas se obtendrán con una duración menor a 200 Hs? (89)
  - b) Se eligen al azar 5 lámparas. ¿Cuál es la probabilidad de que la menos duradera dure menos de 200 hs.? (0,6127)
  - c) Se eligen 5 lámparas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que alguna dure menos de 250 hs.? (0,9063)
2. Un producto se coloca en bolsas cuyo peso neto tiene una distribución normal con  $\mu = 800$  grs y  $\sigma = 20$  grs. La secretaria de comercio realiza una multa y penalización en caso de que encuentra una bolsa con menos de 750 grs.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de dicho evento? (0,00621)
  - b) ¿Cuál es el peso máximo garantizado con un 99% de probabilidad? (846,5)

## Segundo Parcial 1998 (2A)

1. En la edición de un periódico se producen 1,2 roturas cada 100000 mts. de papel.
  - a) La extensión de papel sin roturas garantizada con 90 % de probabilidad. (8780)
  - b) Si se sabe que en una extensión de 100000 mts. no se produjeron fallas. ¿cual es la probabilidad de que en los próximos 100000 mts. se produzcan 2 o mas fallas? (0,2642)
2. La demanda de una revista semanal tiene distribución normal de media 5800 ejemplares, habiéndose comprobado que con 90% de probabilidad supera los 5000 ejemplares. Se desea calcular de las semanas que supera los 5800, ¿con que probabilidad se superan los 6000 ejemplares? (0,749)
3. En una oficina se producen arribos de personas a una tasa de 0,3 por minuto, los tiempos de despacho son . sumamente variables, con una media de 2,5 minutos, es decir a una tasa de despachos de 0,4 por minuto y un desvío de esos tiempos de despacho de 1,6 minutos.
  - a) Saque todo sobre la cola y diga porque es estacionaria, y además indique el tiempo ocioso que hay en la oficina. ( $L_q=1,59$ ;  $W_q=5,286$ ;  $W_s=7,78$ ;  $L_s=2,34$ ; 25%)

## Segundo Parcial (2B)

1. En una oficina de la DGI, donde se realiza un tramite, los arribos son al azar, a razón de 0,6 clientes por minuto. Los tiempos de despacho tienen distribución NORMAL de media 1,3 y desvío de 0,2 minutos.
  - a) Demuestre que es estacionaria y calcule porcentaje de tiempo ocioso. (22%)
  - b) Calcule características de la cola:  $L_q$ ,  $L_s$ ,  $W_q$ ,  $W_s$  ( $L_q=1,41$ ;  $W_q=2,35$ ;  $W_s=2,65$ ;  $L_s=2,19$ )
2. En una Estación de Servicios se fijo el tiempo de Observación de 10 hs, en el cual se determino el arribo de 20 vehículos. Se pide:
  - a) Estimar con un 95% de confianza la tasa de arribos. (1,22; 3,08)
  - b) ¿Cuánto tiempo mas se deberá observar para dar una relación de limites de 1,8? (0)

## Segundo Parcial (2C)

1. Que es un generador random y que propiedades tienen los números generados por el. Explique una técnica general para generar un numero aleatorio con cualquier distribución a partir de un numero random. Calcule un numero

aleatorio random (0,1) con la formula de la guía utilizando  $\alpha=23,5$  y luego a partir de este valor simule un salario según Pareto con  $\theta = \$450$  y  $b=3,8$ .

2. Se observo el tiempo necesario para la llegada de 30 personas a un cajero automático y fue de 60 minutos, se pide:
  - a) Estimar con un 90 % de probabilidad la tasa de arribos. (0,36; 0,66)
  - b) ¿Cuanto tiempo mas se deberá observar para una relación de 1,5 entre los limites superior e inferior? (77')

## Segundo Parcial (2D)

1. ¿Qué son los números pseudoaleatorios que se utilizan para simular valores de una variable con cualquier distribución? ¿Cuál es la distribución básica que se utiliza y por qué? ¿Por qué se llaman pseudoaleatorios? Simule un valor de una variable normal de media 100 y desvío 10 a partir del número pseudoaleatorio 0,25. (93,25)
2. El mostrador de atención de una biblioteca universitaria recibe solicitudes de libros. La tasa media de solicitudes es de 10 libros cada 30 minutos (que puede considerarse Poisson). El tiempo de servicio es sumamente variable y puede estipularse una media de 2' con un desvío 1,8' por cada libro entregado.
  - a) Demuestre que la cola es estacionaria. ¿Cuál es la probabilidad de que no se encuentre ninguna solicitud en el sistema? (0,33)
  - b) Calcular  $L_q$ ,  $L_s$ ,  $W_q$ ,  $W_s$ . ( $L_q=1,21$ ;  $W_q=3,62$ ;  $W_s=5,62$ ;  $L_s=1,87$ )
3. Se quiere determinar la generación de fallas en un proceso continuo de pintura de rollos de chapa galvanizada, para lo cual se registraron 50 metros de chapa y se encontraron 2 fallas.
  - a) Estimar el número promedio de fallas por unidad de continuo con un 95% de confianza. (0,0048; 0,1445)
  - b) ¿Cuántos metros mas deberán revisarse para obtener una relación entre límites de 7? (64,12 mts)

## Segundo Parcial (2E)

1. A partir de los siguientes números aleatorios RANDOM (0,1): 0,014 0,987 0,723 0,245 0,547. Simular 5 saldos de cuenta de ahorro en el Bco. Con. Media \$ 425 y \$ 580. (23; 2463; 461; 124; 284)
2. En la oficina de la AFIP se tiene una tasa de Despacho de 1 cliente cada 5' y estos tiempos de Despacho son log-normales con 1 desvío estándar de 7.2'. Los arribos son poissonianos con un tiempo medio de 4'. La gerencia observó que los clientes se fastidiaban y reemplazó al empleado por otro que atendía a 1 tasa de 1 cada 3.5' y el mismo desvío de estándar.
  - a) ¿Qué problema ocurría con el primer empleado causal seguramente del fastidio? (La cola no es estacionaria)

- b) Para el reemplazante, calcule el % de tiempo ocioso,  $L_q$  y  $W_q$ . (12,5%;  
 $L_q=16$ ;  $W_q=64,1$ )
- 3. En una oficina de un ministerio se desea estimar el tiempo entre 2 arribos. Se observó el tiempo necesario para que lleguen 50 personas y se obtuvo un total de 246'.
  - a) Calcular una estimación puntual insesgada de la tasa y los límites de confianza del 90% para la tasa de arribos. (0,199; 0,1584; 0,2527)
  - b) ¿Qué tamaño de muestra habrá que tomar para dar un intervalo de confianza donde el límite superior sea un 50% mayor al límite anterior? (87')

## **Segundo Parcial (2F)**

- 1. Los saldos de cuentas corrientes de un banco tienen una media de \$1200 y un desvío de \$1650. Calcular:
  - a) El saldo superado por el 90 % de las cuentas corrientes.(196,31)
  - b) De las cuentas con saldos superiores a la mediana ¿Qué porcentaje supera la media? (61%)
- 2. En un taller se producen paradas de máquinas de razón de 1.2 parada/hora. Calcular:
  - a) La probabilidad de que un turno de 8 horas se produzcan 10 o más paradas. (0,6672)
  - b) Si en 1 hora hubo paradas ¿Cuál es la probabilidad de que hayan sido 2 o más? (0,4828)

**Final (FA)**

1. Se sabe que la duración de un tipo de lámpara responde a Weibull,  
 $G_w(x) = e^{-(x/3)^{4,1}}$  donde "x" se expresa en cientos de horas.
  - a) Si de un lote de lámparas se encontraron 425 con duraciones superiores a 200 horas, ¿cuántas habrá con duraciones inferiores a 200? (89)
  - b) Si se eligen al azar 5 lámparas, ¿cuál es la probabilidad de que la menos duradera dure menos de 200 horas? (0,6127)
2. En un proceso de alfombras se generan fallas a razón de 1,2 fallas cada 100 metros en el proveedor A, y 0,8 en el B. La longitud de los rollos esta datada por el corte de la falla. En el deposito hay un lote, todas del mismo proveedor, pero no se sabe de cual. Se eligieron dos rollos y el segundo era mayor a 100 metros, ¿cuál es la probabilidad de que sean de B? (0,60)
3. Cuándo una cola es estacionaria. Justificar.

**Final Diciembre 2000 (FB)**

1. Los salarios de una empresa responden a la ley de Pareto, con  $G(x)=(\theta/x)^b$ , para  $x>0$ , siendo  $\theta$  el valor mínimo de la variable que es 480\$. El salario promedio es de 825\$.
  - a) Si se eligen 10 empleados al azar, cual es la probabilidad de que 6 o más ganen menos que la media. (0,8964)
  - b) Si en los 10 anteriores hubo 6 o mas con salarios superiores a la media ¿Cuál es la probabilidad de que hayan sido exactamente 7? (0,167)
2. En un molino harinero, una máquina automática envasa el producto en bolsas cuyo peso neto tiene una distribución normal de media 800 grs. y desvío 20 grs. La Secretaría. de Comercio realiza una inspección y aplica una multa si encuentra alguna bolsa con peso neto inferior a 750 grs.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de tal evento? (0,00628)
  - b) ¿Cuál será el peso máximo garantizado con 99% de probabilidad? (846,52)

**Final (FC)**

1. En un proceso de fabricación de alfombra moquete, la longitud de los rollos es variable, pues queda determinada por la oposición de cada falla, a razón de 2,2 fallas cada 100 m., en las máquinas marca A , y de 1,2 fallas cada 100 m. en las máquinas B. En el deposito hay mezclados 30 % de rollos de máquinas A y el resto de B. Se eligió un rollo al azar y resultó con longitud superior a 60 m. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una máquina marca A? (0,1904)

2. Los saldos de cuentas corrientes de un banco tienen distribución log-normal con un coeficiente de variación  $\sigma/\mu = 0,81$ . Se sabe, además, que el 30 % de las cuentas tienen saldos superiores a \$ 400. Calcular:
  - a) De los saldos superiores a la mediana, ¿Qué porcentaje supera la media? (0,71)
  - b) Si se eligen 10 cuentas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que alguna tenga saldo superior a \$ 800? (0,50)
  
3. En una oficina de DGI, los arribos se producen al azar a razón de 0,6 clientes por minuto. Los tiempos de despacho tienen distribución normal, de media 1,3 y  $\sigma = 0,2$  minutos. Calcule todas las características de la cola. ( $Lq=1,41$ ;  $Wq=2,35$ ;  $Ws=2,65$ ;  $Ls=2,19$ )

**Final (FD)**

1. Te dice que la producción de chips sigue la forma de una función de Weibull  $G(x) = e^{-(x/5)^{4,5}}$  donde x se expresa en miles.
  - a) Si en un lote se encuentran 2450 chips con duración superior a 3800 hs. ¿Cuántos chips duraran menos de 3800 hs? (827)
  - b) Si elijo 8 chips al azar que conforman un circuito. ¿Cuál es la probabilidad de que ese circuito dure menos de 3800 hs? (se rige por la duración del mas duradero). (0)
  - a) Si se eligen 20 al azar, ¿Cuál es la probabilidad de encontrar 2 o menos con duración mayor a 3800 hs.? (0)
  
2. A una estación de servicio arriban 1,2 autos cada 10 minutos.
  - a) Calcular la probabilidad de que lleguen 5 autos en 30 minutos. (0,1377)
  - b) Si en 10 minutos no llegó ningún auto, ¿Cuál es la probabilidad de que en los próximos 10 minutos lleguen 2 o mas autos? (0,3374)

**Final 22/2/95 (FE)**

1. Los saldos de cuentas corrientes de un banco tienen. distribución' log-normal con un coeficiente de, variación  $\sigma/\mu = 0,81$ . Se sabe además que el 3096 de las cuentas tienen saldos superiores á \$ 400.Calcular:
  - a) De los saldos superiores á la mediana, ¿qué porcentaje superó la media? (0,71)
  - b) si se eligen, 10 cuentas al azar,. ¿cuál es la probabilidad de que alguna tenga saldo superior á \$ 800? (0,50)
  
2. ¿Qué es un generador random y qué propiedades tienen los números generados por él? Enuncie el Teorema de Von Neumann y, simule un valor de una variable de Pareto con

$$G(x) = \left(\frac{450}{x}\right)^{2,5} \text{ a partir del número aleatorio } 0,238 (799)$$

3. En una planta industrial se produce en promedio 1,4 paradas de máquina cada turno de 8 horas. Se desea calcular:
  - a) La probabilidad de que trascurren menos de 3 turnos (24 horas) para las próximas 5 paradas. (0,4101)
  - b) La probabilidad de que en 2 turnos consecutivos no haya paradas. (0,0608)
  - c) Si en un turno se sabe que hubo paradas, ¿cuál es la probabilidad de que hayan sido 2 ó más? (0,5418)
  
4. En un cajero automático, se tiene una tasa de arribos de 0,25 clientes por minuto. El tiempo de despachos es aleatorio con distribución desconocida, pero con media conocida, igual a 2,3 minutos y desvío estándar también conocido igual a 1,8 minutos. Calcular los tiempos medios de espera y las longitudes medias. (Lq=0,63; Wq=2,51; Ws=4,81; Ls=1,20)

**Final 20/10/94 (FF)**

1. Los saldos de cuentas corrientes de un banco tienen distribución log-normal con un coeficiente de variación  $\sigma/\mu = 0,81$ . Se sabe además que el 30% de las cuentas tienen saldos superiores a \$ 400. Calcular:
  - a) De los saldos superiores a la mediana, ¿qué porcentaje supera la media? (0,71)
  - b) Si se eligen, 10 cuentas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que alguna tenga saldo superior a \$ 800? (0,50)
  
2. ¿Qué es un generador random y qué propiedades tienen los números generados por él? Enuncie el Teorema de Von Neuman y, simule un valor de una variable de WEIBULL con

$$G(x) = e^{-(x/100)^{2,4}} \text{ a partir del número aleatorio } 0.238 (116,26)$$

3. En una planta industrial se produce en promedio 1,4 paradas de máquina cada turno de 8 horas. Se desea calcular:
  - a) La probabilidad de que trascurren menos de 3 turnos (24 horas) para las próximas 5 paradas (0,4101)
  - b) La probabilidad de que en 2 turnos consecutivos no haya paradas (0,0608)
  - c) El tiempo garantizado sin paradas con 90 % de probabilidad (0,6021)
  - d) Si se sabe que en un turno hubo paradas, ¿Cuál es la probabilidad de que hayan sido 2 ó más? (0,5418)