

PRIMER PARCIAL ANÁLISIS II 11/10/03 TEMA 3

1.
 - a. Describir en coordenadas polares y graficar la región dada en coordenadas cartesianas por $x^2 + y^2 + x < 0$
 - b. Hallar, si es posible, una constante a de manera que la función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por
$$f(x,y) = \begin{cases} a & \text{cuando } y=2x^2 \\ 1-2x^2 & \text{cuando } y=0 \\ 1+y - 2x^2 & \text{cuando } 0 < y < 2x^2 \end{cases}$$
2. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función diferenciable de la que sólo se sabe que la curva de ecuación $x^2 - y^2 = 3$ es una curva de nivel de f y que $f'_x(2,-1) = 5$. hallar $f'_v(2,-1)$ siendo $v = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$.
3. El vector $(1,1,1)$ es tangente a la intersección del plano de ecuación $x - cz = 0$ con la esfera de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ en $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$, con $y_0 > 0$. determinar c y P_0 .
4. Sean $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dos funciones C^2 tales que $g(x)$ tiene en $x=2$ mínimo 1, $h(y)$ tiene en $y=3$ mínimo 5, y $g''(x) > 0$, $h''(y) > 0$ para todo x, y (observe que en estas condiciones $g(x) > 0$, $h(y) > 0 \forall x, y$). Estudiar los extremos de $f(x,y) = g(2x + 1)h(3y)$. Justificar.
5. Cierta población que inicialmente ($t=0$) consta de y_0 individuos, varía de manera que $\frac{y'(t)}{y(t)} = at$ ¿Cuánto vale a si cuando $t=3, y=2y_0$? (t está expresado en meses).