Apunte Nro 0788

1.4. Parcial 10/6/03.

PRIMER PARCIAL ANÁLISIS II 10/06/03
TEMA 1

1. Sea

$$f(x,y)=\begin{cases}(x^2-y^2)(x+y^2) & \text{cuando } x^2+y^2 2>1\\ x^2+y^2-1 & \text{cuando } x^2+y^2\le 1\end{cases}$$

Describir la región R donde f es positiva (>0) en coordenadas cartesianas y polares, aclarando si es o no abierta y si es o no acotada. Analizar la continuidad de f en cada punto de la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 1$.

2. Sea C la curva en el plano u, υ de ecuación paramétrica u=u(t) =t2,υ = υ(t) = υ(t) = 2t – 1 ,t ∈ (-1,1), y sea

F: $R\to R^3$,(u,υ)→F(u,υ)=(x(u,υ),z(u,υ))

Una función C^2 de la que se conoce la matriz jacobiana.

$$\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,\upsilon)}(0,-1)=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 0\\ 1 & -2\end{pmatrix}$$

   a. Dibujar aproximadamente la curva C en el entorno de (υ(0), υ(0)).
   b. Hallar el vector tangente a la curva en R^3 de ecuación paramétrica x= x(u(ty),υ(t)),y= y(u(t),υ(t)),z =z(u(t),υ(t)),t∈(-1,1) en el punto F(0,-1).

3. Sea F:R^3→R una función C^2 de la que se conoce ▽F(1,2,0)=(1,0,-1). Sea z=f(x,y) una función definida en un entorno U de (1,2) tal que F(x,y,f(x,y))=0,(x,y)∈U. Hallar, si existe, una dirección υ tal que la derivada de f en la dirección de υ en (1,2), υ), sea 0.

4. Sea F(x,y)= (x,x-y^2)
   a. Mostrar que F no admite función potencial
   b. Hallar la circulación de F a lo largo de la curva positivamente orientada C, perímetro de la región descripta por $0\le y\le 1, 0\le x\le y^2$.

5. Una población de bacterias crece con tasa constante 0,03 durante T días, al cabo de los cuales la tasa se incrementa a 0,05 (también las bacterias tienen primaveras!). Hallar T sabiendo que la población se duplicó en 20 días.