

Análisis II- Parcial 04/11/03 – Tema 4

1. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \alpha y & y > 25x^2 \\ \beta x^2 & y \leq 25x^2 \end{cases}$$

Hallar α y β de manera que f resulte continua en todo \mathbb{R}^2 y $f(1, -1) = 25$. Justificar

2. Sea S la superficie en \mathbb{R}^3 descrita por la ecuación $x^2 + y^2 + 4z^2 = 2$. Hallar una parametrización de una curva en S que pasa por $(-1, -1, 0)$ y tal que su recta tangente en todo punto es paralela al plano de ecuación $x = 2$. Ilustrar gráficamente.
-

3. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función C^2 , y sea C la curva en \mathbb{R}^3 intersección de la esfera de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ y el cilindro de ecuación $f(x, y) = 0$. sea $P = (1, 0, 2)$, y supongamos que P está en C y que $(2, -2, -1)$ es tangente a C en P . Hallar la recta normal en $(1, 0)$ a la curva de nivel en f que pasa por ese punto.
-

4. Supongamos que $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es una función C^3 cuyo gradiente se anula sólo en $P_1 = (-2, 2)$ y en $P_2 = (2, -2)$, cuyo determinante Hessiano en esos puntos es no nulo, y tal que en P_1 tiene un máximo 10 y en P_2 tiene un mínimo 3. estudiar los extremos de $g(x, y, z) = x^3/3 - z + f(x, y)$.
-

5. Sea $y(x)$ solución de la ecuación diferencial $y'(x) + y^2(x) / (a^2 + 1) = 6$, $y(0) = 5$. Hallar a de manera que la recta tangente al gráfico de y en $(0, y(0))$ sea paralela a la recta de ecuación $y = 5x + 1$.
-