Apunte Nro 0792

PRIMER PARCIAL ANÁLISIS II 20/05/03
TEMA 1

1. Sea $f(x,y)=\dfrac{\sqrt{16-x^2-y^2}}{y-|x|}$. Describir el dominio de *f* en coordenadas cartesianas y polares. Describir la región R donde *f* es positiva, aclarando si es o no abierta y si es o no acotada. Supongamos que se define una nueva función f que coincide con *f* en los puntos de su dominio y vale 1 en l resto del plano, es decir

$$f(x,y)=\begin{cases} f(x,y) & (x,y)\in Dom(f) \\ 1 & (x,y)\notin Dom(f) \end{cases}$$

Analizar la continuidad de f en {0,0} y en $(2\sqrt{2}\ ,+2\sqrt{2})$

2. La ecuación $e^{-zx-1}-zy-2=0$ en el entorno de $(x_0,y_0,z_0)=(1,1,-1)$ define implícitamente $z=f(x,y)$. Hallar una ecuación de la recta tangente a la curva intersección del gráfico de *f* con el plano $x = y$ en el punto $(1,1,f(1,1))$. Expresar dicha recta como intersección de dos planos.

3. Sea $f(x\ ,y)= ax^2 + h(x\ ,y)$, con *h* diferenciable tal que $\nabla h(\sqrt{3},1)=(3,2)$. Sea C la curva en el gráfico de *f* cuya proyección sobre el plano *xy* tiene ecuación $x^2+y^2=4$. Hallar *a* de manera que la recta tangente a C en el punto $\sqrt{3},1,\ f(\sqrt{3},1))$ sea perpendicular al vector (4,8; -2)).

4. Sea $\Phi: R^3 \to R$, una función C² tal que $\Phi(x_1,x_2,x_3) > 0\ \forall (x_1,x_2,x_3)$. Mostrar que $F=\dfrac{\nabla\Phi}{\Phi^2}$ es un campo de gradientes y calcular f_CF ds siendo *C* un arco de curva que recorre desde A hasta B sabiendo que $f_C \nabla\Phi . d\bar{s}=0$.

5. Hallar la curva que pasa por (2,1) y tiene la propiedad de que por el medio de los puntos de intersección de la recta tangente a la curva en cualquier punto *P* con los ejes coordenados es el punto *P*.